

文章编号: 1000-8055(2008)11-2142-05

直齿面齿轮修形及承载接触分析

赵 宁¹, 郭 辉¹, 方宗德¹, 魏冰阳²

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072; 2. 河南科技大学 机电学院, 洛阳 471039)

摘 要: 提出了直齿面齿轮副齿廓修形的设计方法. 通过对齿条刀具的直廓失配修形, 获得了类似抛物线型的传动误差. 建立了直齿面齿轮副轮齿接触分析 (TCA) 和承载接触分析 (LTCA) 的计算模型. 啮合性能分析表明: 齿廓修形能够使直齿面齿轮接触路径发生倾斜从而增大齿面有效重合度, 还能避免边缘接触、改善齿面载荷分布与承载传动误差、提高传动的稳定性.

关 键 词: 承载接触分析; 直齿面齿轮传动; 齿面修形; 传动误差

中图分类号: TH132.41

文献标识码: A

Modification and loaded contact analysis of spur face gears

ZHAO Ning¹, GUO Hui¹, FANG Zong-de¹, WEI Bing-yang²

(1. School of Mechantronics,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Mechantronics,

Henan University of Science of Technology, Luoyang 471039, China)

Abstract: A profile modification method for the spur face gears was proposed. The parabolic transmission error was obtained by profile modification for the rack cutters of the pinion and the shaper. The computational models for tooth contact analysis (TCA) and loaded tooth contact analysis (LTCA) of the face gears were established. The research results indicate that the new design can effectively avoid the edge contact, increase effective contact ratio and reduce the loaded transmission error with more uniform load distribution, thereby improving the transmission's stability.

Key words: loaded contact analysis; face-gear drive; surface modification; transmission errors

面齿轮传动已在国外直升机主传动系统中得到成功应用,并在分流-汇流结构方面表现出了潜在的优势^[1].它代替传统弧齿锥齿轮传动,能显著减轻齿轮箱重量并提高承载能力.

传统的面齿轮副是线接触完全共轭齿面,对安装误差较敏感,易出现棱边接触甚至齿面分离等现象^[2].Litvin^[3-4]采用比小轮齿数稍大的渐开线插齿刀加工面齿轮从而实现了点接触面齿轮传动,一定

程度上降低了对安装误差的敏感性,但仍然不能避免边缘接触.文中通过对齿条刀具沿齿廓方向抛物线失配修形,使直齿面齿轮副获得了准共轭特性.接触分析表明:修形后齿面接触轨迹发生倾斜,齿面有效重合度随之增大;产生的抛物线类型传动误差能有效避免边缘接触,减小振动和冲击.经过数值算例对比证明了本文方法的有效性.

收稿日期: 2007-10-14; 修订日期: 2007-12-27

基金项目: 国家自然科学基金(50675176)

作者简介: 赵宁(1958-),男,陕西西安人,教授,博士,主要从事机械动力学、优化设计、可靠性分析、CAD/CAE 研究.

1 修形直齿面齿轮的齿面方程

1.1 修形齿条刀齿面方程

直齿面齿轮传动由圆柱直齿轮和面齿轮构成.圆柱齿轮由齿条刀范成,面齿轮是由齿轮刀具(后称产形齿轮)展成.展成小齿轮和产形齿轮的齿条端面齿廓如图 1 所示.坐标系 S_a, S_b 均位于齿条的端面内, $u_i (i = s, 1)$ 分别是产形齿轮 s 和小齿轮 1 的齿条齿面沿齿廓方向的坐标参数, $S_0 = \pi m/2$ 为分度线处齿槽宽, α_n 为名义压力角. a_i 为抛物线修形系数,其绝对值反映了修形程度,当 $a = 0$ 时即产生常规的不修形齿轮; u_0 是抛物线顶点的位置参数,用于控制共轭接触点在齿面上的位置.齿面方程在 S_a 中表示为

$$r_a(u_i, l_i) = [u_i \quad a_i u_i^2 \quad l_i]^T \tag{1}$$

式中 l_i 是沿齿条长度方向的齿面参数.在坐标系 S_{ci} 中齿条齿面 Σ_{ci} 的方程为

$$r_{ci}(u_i, l_i) = M_{ca} \cdot r_a(u_i, l_i) \tag{2}$$

其单位矢量为

$$n_{ci}(u_i, l_i) = \frac{\partial r_{ci}}{\partial u_i} \times \frac{\partial r_{ci}}{\partial l_i} / \left| \frac{\partial r_{ci}}{\partial u_i} \times \frac{\partial r_{ci}}{\partial l_i} \right| \tag{3}$$

式中 M_{ca} 是坐标系 S_a 到 S_c 的坐标变换矩阵.

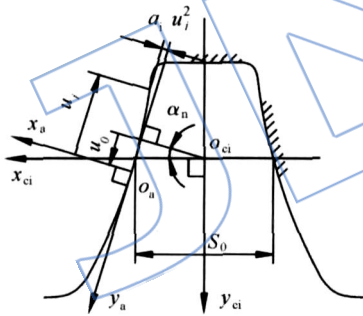


图 1 齿条端面齿廓
Fig. 1 Parabolic rack-cutter profile

1.2 产形齿轮和小齿轮的齿面方程

产形齿轮齿面 Σ_s 和小齿轮齿面 Σ_1 分别是由齿条齿面 $\Sigma_{ci} (i = s, 1)$ 包络而成,如图 2 所示.图中 S_{ci}, S_i 分别是与齿条和齿轮固联的动坐标系, S_m 是与机床相联的固定坐标系, ϕ 是齿轮的转角, $S_{pi} = r_{pi} \phi$ 是齿条沿 x_{ci} 方向的位移. r_{pi} 是齿轮的分度圆半径.齿条与齿轮的啮合方程为

$$f_{ci}(u_i, l_i, \phi) = r_{pi} \phi (\sin \alpha_n - 2 a_i u_i \cos \alpha_n) - u_i - 2 a_i u_i l_i - 2 a_i^2 u_i^3 = 0 \tag{4}$$

式中 $l_d = S_0 \cos(\alpha_n)/2$, 则 ϕ 可表示为 u_i 和 l_i 的函数.齿条齿面 Σ_{ci} 在 S_i 坐标系下表示为

$$r_i(u_i, l_i, \phi) = M_{ici}(\phi) r_{ci}(u_i, l_i) \tag{5}$$

式中 $M_{ici}(\phi)$ 是坐标系 S_{ci} 到 S_i 的坐标变换矩阵.则齿轮齿面 Σ_i 的方程可由式(4)和(5)表示

$$\begin{cases} r_i(u_i, l_i, \phi) = M_{ici}(\phi) r_{ci}(u_i, l_i) \\ f_{ci}(u_i, l_i, \phi) = 0 \end{cases} \tag{6}$$

其法矢为

$$n_i(u_i, l_i) = L_{ici}(\phi) n_{ci}(u_i) \tag{7}$$

式中 $L_{ici}(\phi)$ 是坐标系 S_{ci} 到 S_i 的矢量转化矩阵.

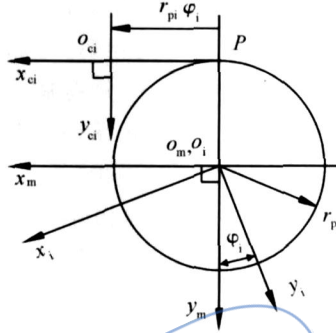


图 2 产形齿轮或小齿轮的展成
Fig. 2 Generation of pinion or shaper

1.3 直齿面齿轮齿面方程

利用图 3 坐标变换可导出直齿面齿轮齿面 Σ_2 的方程.图中 S_a 是固定坐标系, S_s, S_2 分别是与产形齿轮和面齿轮相固联的移动坐标系, S_p 是辅助坐标系. L_1, L_2 分别是面齿轮最小内半径和最大外半径. γ_m 是面齿轮与产形齿轮的轴交角. ϕ_s, ϕ_2 分别是产形齿轮和面齿轮的转角, 且有 $\phi_2 = \phi_s N_s / N_2$. N_1, N_2 是产形齿轮与面齿轮的齿数.

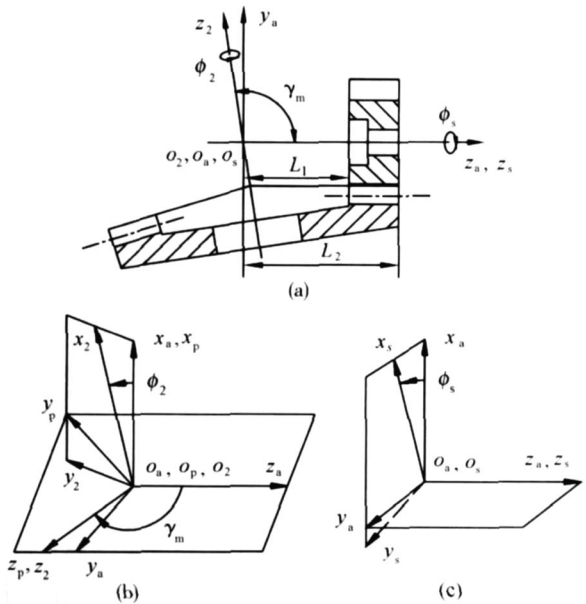


图 3 展成直齿面齿轮坐标系
Fig. 3 Coordinate systems applied for generation of face-gear surface

则面齿轮齿面 Σ_2 可由如下方程表示

$$\begin{cases} r_2(u_s, l_s, \phi_s) = M_{2s}(\phi_s) r_s(u_s, l_s) \\ f_{2s}(u_s, l_s, \phi_s) = n_s \cdot v_s^{(s2)} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中 n_s 是齿面 Σ_s 的法矢在 S_s 中的表示, $v_s^{(s2)}$ 表示在 S_s 中两齿面的相对运动速度.

2 齿面接触分析 (TCA)

两齿面 Σ_1 和 Σ_2 在固定坐标系 S_f 中相切, 齿面的位置矢量和法矢量分别相等^[3]. 如图 4 所示转换坐标系, 坐标系 S_1 和 S_2 分别是与圆柱齿轮和直齿面齿轮固联的动坐标系, S_f 为固定坐标系, 辅助坐标系 S_q, S_d 和 S_e 模拟了两齿轮间的装配误差关系. 各坐标系位置的相互关系如图 4 中 (b), (c), (d) 图所示. 图中 ΔE 是轴交错位移误差; Δq 为面齿轮的轴向偏移误差; $\gamma = \gamma_m + \Delta \gamma$, $\Delta \gamma$ 为轴交角误差. 在坐标系 S_f 中, 齿面 Σ_1 和 Σ_2 方程和单位法矢可表示为

$$\begin{cases} r_1^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') = M_{f1}(\phi_1') r_1(u_1, l_1) \\ n_1^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') = L_{f1}(\phi_1') n_1(u_1, l_1) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} r_2^{(2)}(u_s, l_s, \phi_s, \phi_2') = M_{f2}(\phi_2') r_2(u_s, l_s, \phi_s) \\ n_2^{(2)}(u_s, l_s, \phi_s, \phi_2') = L_{f2}(\phi_2') n_2(u_s, l_s, \phi_s) \end{cases} \quad (10)$$

式中 ϕ_1', ϕ_2' 分别是圆柱齿轮和面齿轮啮合时的转角; M_{f1} 与 M_{f2} 分别是 S_1 和 S_2 到 S_f 的变换矩阵, $M_{f2} = M_{fq} M_{qd} M_{de} M_{e2}$. L_{f1} 与 L_{f2} 分别是 S_1 和 S_2 到 S_f 的矢量变换矩阵. 在坐标系 S_f 中, 两齿面相切可表示为以下方程

$$\begin{cases} r_1^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') - r_2^{(2)}(u_s, l_s, \phi_s, \phi_2') = 0 \\ n_1^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') - n_2^{(2)}(u_s, l_s, \phi_s, \phi_2') = 0 \\ f_{2s}(u_s, l_s, \phi_s) = n_s \cdot v_s^{(s2)} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

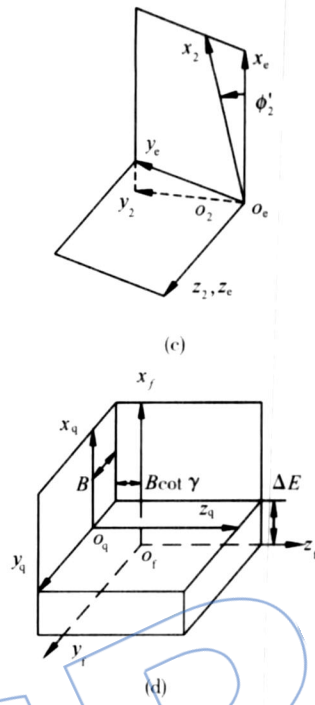
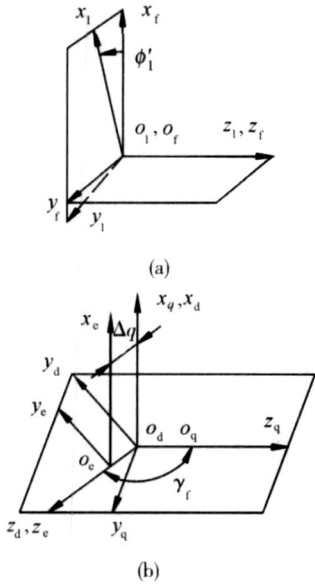


图 4 两齿面啮合所用坐标系

Fig. 4 Coordinate systems applied for simulation of meshing

以一定的步长将 ϕ_1' 作为已知输入量, 顺序解此非线性方程组, 得到齿面啮合迹以及无载传递误差.

3 轮齿承载接触分析 (LTCA)

基于文献[5-6]中的轮齿承载接触分析基本原理, 建立了面齿轮副承载接触的计算模型. 作为准备工作, 需在 TCA 的基础上求解任意接触点处两轮齿面间的相对主方向, 并计算主方向上离散接触点对间的间隙. 接触点的柔度采用有限元法和多元插值方法来计算. 而面齿轮齿面结构与其他类型齿轮不同 (见图 5), 由于根切限制内径处工作面高度较短, 导致工作面插值区域为非规则矩形. 因此这里修改了文献[6]的方法, 构造不完全三次多项式插值函数

$$w = c_0 + c_1 x + c_2 y + c_3 x^2 + c_4 xy + c_5 y^2 + c_6 x^2 y + c_7 xy^2 \quad (12)$$

求解任意点 (坐标为 x, y) 的柔度 w . 将与插值点最近的 8 个节点的柔度值及坐标代入 (12) 式获得一个线性方程组, 解之可得 8 个系数 c .

齿间间隙由无载传递误差沿啮合点法向转化为线位移得到. 引起齿面间相对位置变化的支撑系统变形可转化为安装当量 $\Delta E, \Delta q$ 和 $\Delta \gamma$ 来考虑其影响. 得到齿面间隙、齿间间隙和接触对柔度后便可进行加载接触分析^[6], 由此可得到承载传

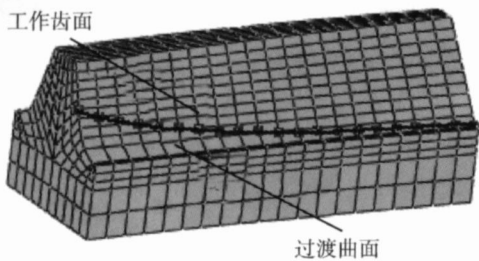


图 5 直齿面齿轮有限元模型

Fig. 5 Finite element model of face gear

递误差、齿面载荷分布 (见图 6~图 8), 以及载荷分配等信息。

4 啮合质量分析

设计两对直齿面齿轮传动, 其一为常规点接触直齿面齿轮副, 其二为新设计的修形直齿面齿轮副, 具体参数见表 1。分别对这两对面齿轮副进行 TCA 与 LTCA 分析, 得到无载接触轨迹、无载及承载传动误差和齿面载荷分布, 见图 6~8。

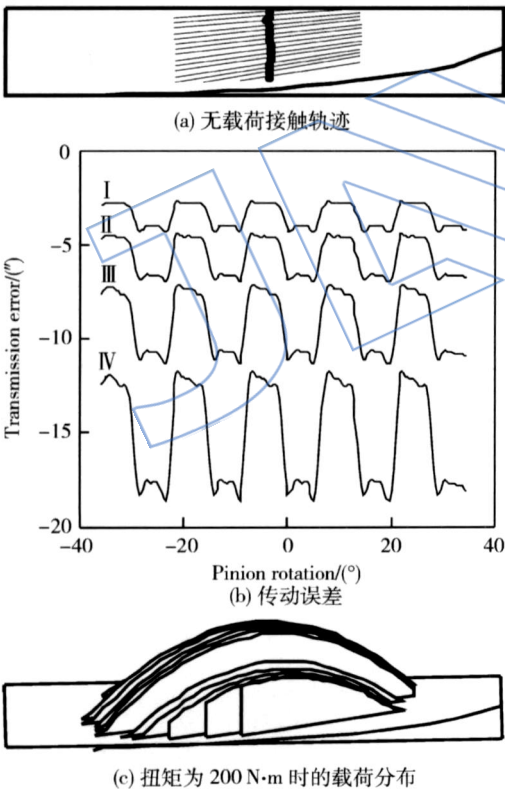


图 6 实例 1 未修形直齿面齿轮副对准安装

Fig. 6 Contact results for case 1: no error is applied

由图 6~图 7(a) 可看出, 常规直齿面齿轮传动接触轨迹垂直于根锥, 经计算齿面有效重合度为 1.53。而修形后接触路径发生倾斜且延长, 齿面有效重合度增大为 2.16。

表 1 直齿面齿轮副设计参数

Table 1 Design parameters for cases 1 and 2

设计参数	实例 1	实例 2
小齿轮齿数 N_1	25	25
产形齿轮齿数 N_s	28	28
面齿轮齿数 N_2	159	159
名义压力角 $\alpha/(\circ)$	25.0	25.0
模数 m/mm	3.175	3.175
轴交角 $\gamma/(\circ)$	90.0	90.0
面齿轮内径 L_1/mm	235.0	235.0
面齿轮外径 L_2/mm	275.0	275.0
小齿轮抛物线系数 a_t	0.000	0.001
产形齿轮抛物线系数 a_s	0.000	-0.001
抛物线顶点参数 u_0/mm	0.000	-1.280

图 6~图 7(b) 显示常规面齿轮传动的无载荷传动误差为 0 (零值曲线没有绘出), 而修形后变为抛物线形, 呈现出了准共轭性质。图 6~图 8(b) 中几何传动误差曲线下面的 4 条承载传动误差曲线 I、II、III 和 IV 对应的载荷分别为 50、100、200 N·m 和 400 N·m。在轻载 50 N·m 和 100 N·m 时, 由于齿面失配, 修形后传动误差及其波动幅值比修

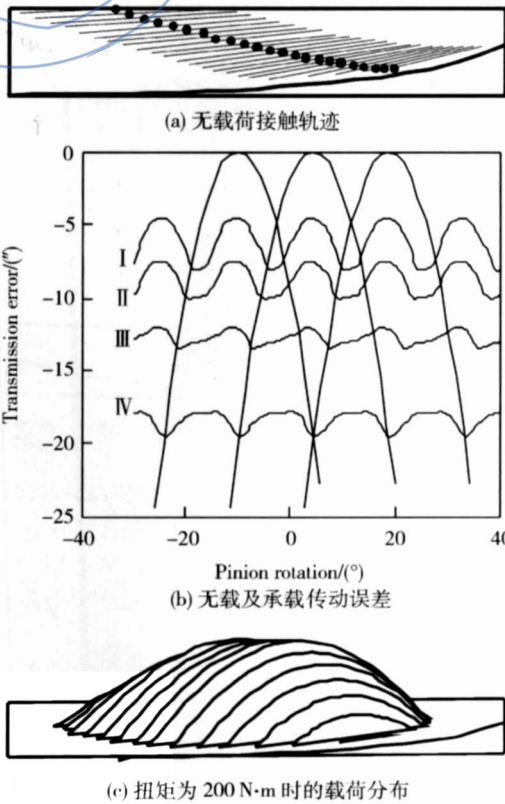


图 7 实例 2 修形面齿轮副对准安装

Fig. 7 Contact results for case 2: no error is applied

形前略大,所以从提高传动精度方面考虑此时宜采用较小的修形系数.另一方面,修形前的误差曲线近于阶梯状,修形后误差曲线则变化平稳,所以修形使传动的加速度变小.在 $200\text{ N}\cdot\text{m}$ 和 $400\text{ N}\cdot\text{m}$ 重载时,修形之后承载传动误差曲线的波动幅值明显小于修形前,这意味着轮齿综合啮合刚度变动小,振动冲击减轻.

由载荷分布图 6~图 7(c) 和承载传动误差曲线可见,常规面齿轮在轻载情况下即发生了边缘接触,面齿轮的齿根和齿顶都承受较大的压力,载荷从单齿承载区到双齿承载区的过渡是突变的.而修形后载荷从轮齿中部向两端逐渐减小为零,在 $400\text{ N}\cdot\text{m}$ 的载荷下也没有发生边缘接触,且齿面载荷分布变化更趋于平缓均匀.

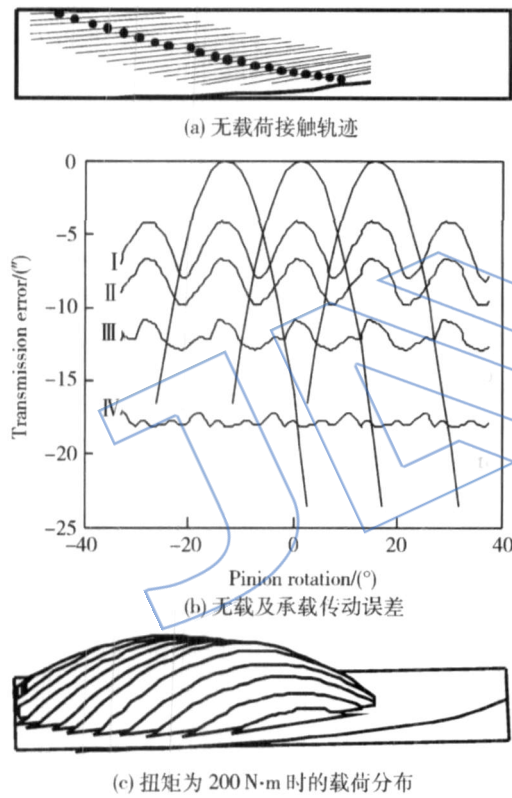


图 8 实例 2 修形面齿轮副未对准安装: $\Delta\gamma=0.02^\circ$
Fig.8 Contact results for case 2: $\Delta\gamma=0.02^\circ$ is applied

在轴线交角安装误差的作用下,见图 8,设计传动误差曲线不再对称,但在一定载荷($200\text{ N}\cdot\text{m}$)条件下仍未发生边缘接触,只是接触印痕向外端偏移. $400\text{ N}\cdot\text{m}$ 载荷下已发生边缘接触,因此在这种安装条件下极限工作载荷应低于 $400\text{ N}\cdot\text{m}$.

5 结 论

- 1) 推导了修形直齿面齿轮的齿面方程,建立了直齿面齿轮传动的 TCA 和 L TCA 计算模型.
- 2) 轮齿接触分析表明,修形直齿面齿轮传动与常规直齿面齿轮传动相比,在避免边缘接触、提高齿面有效重合度、改善载荷分布、优化承载传递误差以及提高对安装误差的承受力等方面都具有优越性.

参考文献:

[1] Dr. robert C Bill. Summary highlights of the advanced rotorcraft transmission (ART) program[R]. AIAA Paper 92-3362, July 1992.

[2] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C, et al. Design, generation, and stress analysis of two versions of geometry of face-gear drives [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37: 1179-1211.

[3] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc., 1994.

[4] Litvin F L, Fuentes A, Howkins M. Design, generation and TCA of new type of asymmetric face-gear drive with modified geometry [J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2001, 190: 5837-5865.

[5] 郑昌启.螺旋锥齿轮轮齿加载接触分析计算原理[J]. 机械工程学报, 1993, 29(4): 50-54
ZHENG Changqi. Computational principle of loaded tooth contact analysis of spiral gears[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1993, 29(4): 50-54. (in Chinese)

[6] 方宗德. 修形斜齿轮的承载接触分析[J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 251-255.
FANG Zongde. Tooth contact analysis of modified helical gears[J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 251-255. (in Chinese)